Exposés présentés à ALÉA 2001

au CIRM, Marseille

du 26 au 30 mars

Les adresses des participants seront disponibles dans un document annexe

Philippe Audebaud Un cadre logique pour raisonner sur les algorithmes probabilites : La semantique axiomatique de Hoare
(ENS, Lyon)

En 81, Dexter Kozen a proposé une sémnantique dénotationnelle pour le langage impératif de référence, enrichi d'une instruction d'affection

$$X := \texttt{random}\ \gamma$$

où γ représente une distribution de probabilité. Dans ce cadre, un programme doit être considéré comme un **transformation de mesures de sous-probabilités**.

Certains travaux ont suivi qui s'appuient sur cette propostion pour développer un cadre semi-logique dans lequel est espérances mathématiques prennent la place des prédicats et formules logiques.

Dans un travail commun avec E. Zucca (DISI-Gènes), nous avons montré comme il est possible de construire un système d'inférence pour la sémantique axiomatique, aussitôt que le langage possède une sémantique dénotationnelle. La combinaison de ces deux travaux nous permet de développer naturellement un tel système pour les algorithmes aléatoires, et d'offrir ainsi un cadre logique pour développer des preuves de spécifications de la forme

$$\vdash \{P\}C\{Q\}$$

où P, Q sont des prédicats, ou des formules logiques construites en **logique intuitionniste**, et comportant comme formules atomiques des expressions telles que

$$\mathit{Prob}\,[A] \leq a$$

constamment présentes dans les preuves de tels algorithmes. De fait, la restriction au cadre intuitionniste est induit autant par ces formules que par les propriétés particulières du modèle d'interprétation des programmes aléatoires.

L'approche proposée préserve entièrement le système originel de Hoare. Il s'adapte sans le moindre effort en présence de mécanismes d'exceptions ou de blocs de commandes étiquetées.

Ce travail est né dans le cadre des TDs donnés aux cours de Bernard Ycart, sur la simulation des variables aléatoires. Il s'inscrit dans un groupe de travail autour de la preuve d'algorithmes probabilistes, comprenant Christine Paulin (LRI- Orsay) et Richard Lassaigne (PPS - P7). Christine Paulin étudie actuellement un moyen d'étendre ce travail au cas des langages fonctionnels.

Cyril Banderier Hauteur de marches sur N : serie generatrice et asymptotique
(Projet Algo, INRIA)

Prenons un sous-ensemble fini S de $\mathbf{Z}$ et considérons alors les marches partant de 0, finissant en 0, étant toujours ≥ 0, et ayant des sauts dans S. Le cas $S = \{+1, -1\}$ correspond aux chemins de Dyck, $S = \{+1, 0, -1\}$ aux chemins de Motzkin...

Nous considérons le modèle uniforme : toutes les marches de longeur n ont le même poids. La hauteur d'une marche est la valeur maximale atteinte par une marche. Puisqu'il y a correspondance entre la hauteur des arbres binaires et la hauteur des marches de Dyck $S = \{+1, -1\}$, on sait (et c'est plus généralement vrai pour les marches à support dans $\{+1, 0, -1\}$, à cause d'un lien avec le développement en fraction continuée) que la hauteur est asymptotique à $\sqrt{n}$.

Nous montrerons comment établir cette asymptotique sur des marches qui ne sont plus à support dans $\{+1, 0, -1\}$.

La preuve repose sur la méthode du noyau. Cette méthode présente ici l'avantage de permettre d'expliciter la série géneratrice des marches de hauteur h sans avoir à résoudre un système $h \times h$ (qui survient naturellement quand on songe à la chaine de Markov cachée derrière ce processus), tout en donnant plus simplement une expression comme quotient de deux petits déterminants.

Jérémie Bourdon Paramètres Additifs dans les Arbres PATRICIA.
(GREYC Caen)

Le trie (forme généralisée des arbres digitaux) est une structure de données très utilisée dans de nombreux domaines : algorithmes de recherche sur les mots, compression, hachage dynamique,... Son intérêt et sa construction reposent sur le partitionnement d'un ensemble de mots.

Je présenterai une forme compacte des tries, appelée arbres Patricia, pour lesquels tous les noeuds unaires (qui de ce fait n'interviennent pas dans le partitionnement) sont supprimés.

J'étudierai ensuite en moyenne l'occupation en mémoire et le coût d'insertion d'un mot pour cette structure de donnée lorsque les mots sont produits par une source probabiliste quelconque et pour laquelle les dépendances entre les symboles émis peuvent être très importantes.

Nadia Creignou Nature des phénomènes de seuil pour les problèmes de satisfaction de contraintes booléennes.
(LIM, Université de Provence)

Nous proposons d'étudier la nature des des phénomènes de seuil pour les problèmes de satisfaction de contraintes (CSP) booléennes (qui ne sont autres que des problèmes de satisfaisabilité généralisée). En travaillant à partir d'un critère établi par Friedgut et Bourgain dans le cadre général de l'hypercube, nous proposons une condition suffisante, et facile à manipuler, pour qu'un tel problème admette un phénomène de seuil brusque. Une classification complète de la nature des phénomènes de seuil pour les CSP booléens et binaires (qui regroupent par exemple 2-SAT et 2-XOR-SAT) illustrera finalement l'efficacité de ce critère.

Hervé Daudé Matrices creuses aléatoires sur F_q
(LATP, Université de Provence)

La matrice d'incidence d'un graphe simple à n sommets et L arêtes est une matrice binaire qui possède deux 1 par colonne. Nous nous intéresserons dans cet exposé aux matrices (dites creuses), $n \times L$, à coefficients dans F_q et ayant un nombre prescrit r de coefficients non nuls par colonne. L'école russe étudie depuis longtemps le comportement asymptotique des matrices creuses aléatoires (voir l'ouvrage récent de Kolchin : Random graphs, Cambridge University Press, 1999). Balakin, Khokhlov et Kolchin ont montré que si q est premier alors le nombre moyen $X_{n,L}$ de vecteurs du noyau d'une telle matrice suit un phénomène de seuil.

En partant du cas $r = 2$ et de l'interprétation de ce type de résultat en termes de cycles dans les graphes aléatoires, nous proposons d'étendre les résultats de Balakin et al à tous les corps finis. Nous montrerons que pour tout q de la forme p^s avec p premier et tout entier $r \geq 3$ fixés, il existe une valeur critique $\alpha_{r,q} > 0$ telle que si L et $n \to \infty$ avec $L/n \to \alpha$ alors $E(X_n) \to 1$ si $\alpha < \alpha_{r,q}$ et $E(X_n) \to \infty$ si $\alpha > \alpha_{r,q}$.

Nous montrerons que ces valeurs critiques sont données par :

$$\alpha_{r,q} = \min_{x \in [0, 1-\frac{1}{q}[} \frac{\ln(q) - x\ln(q-1) + x\ln x + (1-x)\ln(1-x)}{\ln(1 + (q-1)(1 - \frac{q}{q-1}x)^r)}.$$

Philippe Duchon Une approche MCMC pour la génération aléatoire quasi-uniforme de chemins hamiltoniens sur réseau carré
(LaBRI - Bordeaux)

La méthode MCMC ("Markov Chain Monte Carlo") pour la génération aléatoire quasi-uniforme de structures, consiste à définir une chaîne de Markov, dont la simulation est algorithmiquement simple, ayant pour ensemble d'états, l'ensemble des structures parmi lesquelles on souhaite tirer aléatoirement - chaîne de Markov dont on assure qu'elle est ergodique et a pour distribution limite, la distribution uniforme ; idéalement, une telle étude s'accompagne d'une évaluation de la vitesse de convergence vers la distribution limite.

Je présenterai une telle chaîne de Markov, basée sur des transformations très simples, dont l'espace des états est l'ensemble des chemins hamiltoniens d'un réseau carré fini (à deux dimensions, et ayant des côtés de longueurs paires), planaire ou torique.

Marianne Durand Analyse de quicksort optimisé
(Projet Algo, INRIA)

L'algorithme de quicksort optimisé, utilisé dans le système Unix, est un mélange de plusieurs quicksorts avec différents choix de pivot. La complexité (nombre de comparaisons) en moyenne peut être analysée de manière exacte. Cette analyse s'étend sans difficulté aux équations d'Euler. On étudiera ensuite la forme de l'arbre binaire de recherche associé à l'algorithme, dont la répartition moyenne des sommets suit une loi gaussienne.

Sandrine-Dominique Gouraud Application de la Génération Aléatoire de Structures Combinatoires au Test de Logiciel
(LRI, Orsay)

Les techniques de test structurel-statistique de logiciel donnent actuellement de très bons résultats expérimentaux. Cependant, ces travaux restent freinés par l'absence d'automatisation. Un programme pouvant être formalisé sous forme d'une structure combinatoire que l'on appelle graphe de contrôle, nous nous sommes intéressé à des résultats récents issus de la théorie des structures combinatoires. En particulier, nous avons utilisé la bibliothèque CS de MuPAD qui permet d'effectuer une génération aléatoire uniforme des structures combinatoires. En se basant sur ces différentes techniques, nous avons obtenu une nouvelle méthode de test structurel-statistique automatique de logiciel.

Après avoir introduit les notions de structures combinatoires, test structurel et test statistiques, nous présenterons le principe d'une nouvelle méthode de test statistique structurel ainsi que le prototype permettant son automatisation.

Mots clés : génération aléatoire, test statistique, critère de qualité, test structurel.

Thierry Huillet Sur un modèle de *Neveu* de Cascades d'Energie Aléatoires. Travail commun avec Flora KOUKIOU (LPTM, Cergy Pontoise).

On présentera quelques aspects des processus de branchement à états continus comme modèles physiquement réalistes de cascades d' énergie aléatoires. Dans ce cadre, on portera une attention particulière sur le modèle de *Neveu*, pour ses connections avec le "Random Energy Model" de *Derrida*, tel que reconsidéré par *Ruelle*.

Exploitant quelques connections entre l'étude des fonctions de partition de l'énergie du modèle de *Neveu* super/sous-critique avec les distributions de *Poisson-Dirichlet* de *Pitman-Yor*, on extrait quelques informations utiles sur l'état fondamental dans la limite des températures nulles.

Key Words : Branching process, random energy cascade, *Poisson* point process, *Lévy* processes, *Poisson-Dirichlet* distribution.

Basé sur : "Energy Cascades as Branching Processes with Emphasis on *Neveu*'s approach to *Derrida*'s REM". *Thierry Huillet*, Preprint UCP, soumis au *Journal of Statistical Physics.*

Jesper Lykke Jacobsen Une approche de physicien au comptage des noeuds (LPTMS, Orsay)

Un certain nombre de problèmes combinatoires classiques peuvent être transcrits dans le langage de la gravité quantique. Parmi eux on trouve le problème de l'énumération des *noeuds.* Il s'agit de compter les noeuds (ou d'autres objets proches : liens, enchevêtrements) topologiquement distincts à "nombre de croisements" (i.e. nombre minimal d'auto-intersections une fois projetés sur un plan) fixé. Peu de résultats exacts sont connus dans ce domaine, et les données numériques ne sont disponibles qu'à des ordres très bas. Il est apparu que les idées issues de la théorie quantique des champs (modèles de matrices) permettent le comptage des diagrammes de noeuds. Reste alors que le délicat problème de la prise en compte des équivalences topologiques entre diagrammes, qui, dans le cas des noeuds dits alternés, a récemment été ramené à une procédure de renormalisation de la théorie. En dehors des résultats exacts sur diverses classes de liens / enchevêtrements alternés obtenus par la solution des modèles de matrice correspondants, on peut conjecturer le comportement asymptotique des grands noeuds alternés grâce à la formule KPZ. Il est toutefois indispensable de vérifier numériquement une telle conjecture et de tester de possibles corrections à la loi de puissance proposée. Avec P. Zinn-Justin, nous avons réalisé ce travail par moyen d'un nouvel algorithme, basé sur des techniques sophistiquées de matrice de transfert, qui évitent l'énumeration des noeuds un par un, et permettent d'aller à des ordres élevés malgré la croissance exponentielle du nombre de noeuds.

Sébastien Kunz-Jacques Le nombre asymptotique d'entrelacs premiers alternants

(LIX, École Polytechnique)

Travail commun avec Gilles Schaeffer (CNRS, Nancy)

Le premier résultat d'énumération asymptotique exacte en théorie des nœuds est dû à Sundberg et Thistlethwaite (*Pac. J. Math.*, 1998), qui ont donné un encadrement du nombre A_n d'entrelacs premiers alternants à n croisements en déterminant λ et des constantes positives c_1 et c_2 telles que

$$c_1\, n^{-7/2}\lambda^n \leq A_n \leq c_2\, n^{-5/2}\lambda^n.$$

Nous montrons ici que le comportement asymptotique de A_n est en fait

$$A_n \underset{n\to\infty}{\sim} c_3\, n^{-7/2}\lambda^n,$$

où c_3 est une constante connue explicitement.

Christian Lavault Sur quelques propriétés des nombres de Delannoy et leur généralisation

(LIPN, Paris Nord)

Les nombres de Delannoy dans le plan $\mathbb{Z}^2$ se définissent par la récurrence $D(p,q) = D(p-1,q) + D(p,q-1) + D(p-1,q-1)$, où $D(p,0) = D(0,q) = 1$. Il s'agit du nombre de chemins minimaux du plan joignant $(0,0)$ à (q,p), dont les seuls pas autorisés sont les pas « Est » $(1,0)$, « Nord » $(0,1)$ et « Nord-Est » $(1,1)$. Lorsque $n \equiv p = q$, ils représentent les « mouvements du roi » sur un échiquier et $D(n,n) = P_n(3)$, où $P_n(x)$ est le polynôme de Legendre (cf. Weisstein [8, p.411], Comtet [2], Moser-Zayachkowski [3], Vardi [7], etc.). Une autre forme close s'exprime par

$$D(n,n) = \sum_{0\leq k\leq n} \binom{n}{k}\binom{n+k}{k} = {}_2F_1\left[\begin{matrix} -n, n+1 \\ 1 \end{matrix}\; ; -1\right].$$

Soit $\mathcal{D}(p,q)$ l'ensemble des chemins de Delannoy sur $\mathbb{Z}^2$ entre deux points distants de p pas vers l'est et de q pas vers le nord. Il est prouvé dans Autebert *et al.* [1] que $\mathcal{D}(p,q)$, muni d'un ordre naturel, est un poset qui possède une structure de treillis distributif dont la trame est de cardinal $2pq$.

Avec une autre approche que celle de Schwer [6], nous nous intéressons ici à certaines propriétés combinatoires des nombres de Delannoy $D(p_1,\ldots,p_n)$, « généralisés » en dimension quelconque

$n \geq 2$: suivant Pemantle [4] et Pemantle-Wilson [5] nous étudions en particulier le comportement asymptotique de leurs séries génératrices diagonales multivariées.

Mots-clés : Combinatoire analytique, asymptotique multivariée, nombres de Motzkin et de Schröder .

Références

[1] **Autebert J-M., Latapy M. et Schwer S.**, Le treillis des chemins de Delannoy, *Rapport de recherche*, RR LIPN 2001-03, mars 2001.

[2] **Comtet L.**, *Analyse combinatoire*, Tome I & II, PUF, Coll. Sup, 1970.

[3] **Moser L., Zayachkowski H.S.**, Lattice Paths with Diagonal Steps, *Scripta Math.*, 26, 222-229, 1963.

[4] **Pemantle R.**, Generating function with high-order poles are nearly polynomial, *Proc. of Mathematics and Computer Science. Algorithms, Trees, Combinatorics and Probabilities*, p. 305-321, Birkhäuser, 2000.

[5] **Pemantle R. et Wilson**, *Asymptotics for multivariate sequences*, Part I, II & III, *in preparation*, 2000.

[6] **Schwer S. R.**, S-arrangements avec répétition de tas, *Rapport de recherche*, RR LIPN 2001-01, mars 2001.

[7] **Vardi I.**, *Computational Recreations in Mathematics*, Reading, MA, Addison-Wesley, 1991.

[8] **Weisstein E. W.**, *CRC Concise Encyclopedia of Mathematics*, CRC Press, 2000.

Jean-Marie Lebars Phénomènes de seuil dans les graphes aléatoires orientés à probabilité constante d'arc
(GREYC, Caen)

Soit $p = p(n)$ une fonction de n prenant ces valeurs dans $]0, 1[$. Un graphe orienté à n sommets de $\mathcal{G}(n,p)$ est un graphe construit aléatoirement tel que pour chaque paire de sommets (a, b), la probabilité que (a, b) soit un arc vaut $p(n)$. Une propriété $\mathcal{P}$ sur les graphes orientés vérifie un phénomène de seuil lorsqu'il existe une fonction critique $p_c = p_c(n)$ telle que la propriété passe de presque sûrement vraie à presque sûrement fausse sur $\mathcal{G}(n,p)$ quand p franchit un petit intervalle contenant p_c. Par exemple, pour la connexité $p_c = \Theta(\frac{\ln n}{n})$. Je proposerai des propriétés très simples sur les graphes orientés qui, à ma connaissance, sont les premières à vérifier un phénomènes de seuil dans les graphes aléatoires orientés à probabilité constante d'arc (p_c est une constante).

Guy Louchard Ascending runs of sequences of geometrically distributed random variables : a probabilistic analysis

(Université Libre de Bruxelles)

Travail commun avec Helmut Prodinger (University of the Witwatersrand)

We consider geometrically distributed random variables (RV), with the distribution GEOM(p), given by $p(i) := pq^{i-1}, q := 1-p$. Assume that we have a sequence $a_1 a_2 \dots a_n$, obtained by independent GEOM(p) RVs. An ascending run (run for short) is a maximal increasing subsequence. For example 1 1 3 5 2 4 7 1 3 3 8 has five runs, the second being 1 3 5.

The second author [?]presented several enumerative and asymptotic results about ascending runs. In this paper, questions about ascending runs are considered from a more probabilistic point of view. In particular we try to continue the approach the first author used in a previous article [?].That accounts to consider the runs either as a stochastic process or as a polyomino. In this way, the derivation of several asymptotic distributions of RVs and processes such as asymptotic Markov chain and limiting trajectories, runs number and run length distribution, hitting time to a length k run and maximum run length can be achieved.

A general point of interest is the limit $q \to 1$, as the model turns into the model of random permutations. Consequently, one obtains results that depend only on the order statistics as corollaries.

Philippe Marchal Processus auto-répulsifs sur la frontière d'un arbre.

(ENS, Paris)

Nous présentons tout d'abord quelques résultats sur les processus auto-similaires sur la frontière d'un arbre régulier : dimension de Hausdorff des trajectoires, points multiples. Puis nous construisons les trajectoires de versions auto-répulsives de ces processus. Nous donnons là encore la dimension de Hausdorff de ces trajectoires et déterminons les conditions pour que ces processus soient auto-évitants.

Jean-François Markert Les processus issus des arbres simples par le parcours en profondeur ont tous la meme limite.

Travail commun avec A.Mokkadem (Versailles).

On considère une famille d'arbres simples de taille n. Le parcours en profondeur permet d'associer à cet arbre diverses "excursions" : Le tour de l'arbre, le processus des hauteurs successives des noeuds visités, la pile des noeuds restants à visiter. Nous montrons que ces 3 excursions ont la même excursion Brownienne comme limite et nous évaluons, pour n fixé la distance entre ces processus. Nous donnons une preuve simple du théorème d'Aldous qui assure que le tour de l'arbre converge vers l'excursion Brownienne (lorsque n tend vers $+\infty$). Comme application de ces méthodes, on montre que le processus des hauteurs des noeuds ayant pour degré k , ainsi que le processus des hauteurs des noeuds, racine d'un sous arbre fixé converge encore vers la même excursion Brownienne

Michel Nguyen-Thé Distributions de valuations sur des arbres $(+,-)$ et $(\min,+)$
(LIX, Ecole Polytechnique)

Étiquetons un arbre par des nombres aux feuilles, et des opérateurs aux nœuds internes. On peut faire correspondre à cet arbre étiqueté une expression arithmétique, dont on appellera le résultat la *valuation* de l'arbre.

On étudiera la distribution de ces valuations, vues comme variables aléatoires, dans l'espace des arbres binaires d'une taille n donnée, avec des jeux d'opérateurs comme $\{+,-\}$ ou $\{\min,+\}$ pour les nœuds internes, et un jeu fini d'entiers positifs pour les feuilles, les opérateurs et les opérandes étant choisis avec des probabilités fixées. On montrera qu'on obtient dans le premier cas une limite gaussienne, et dans le second cas une limite discrète, aussi bien avec des arbres de Catalan qu'avec des arbres binaires de recherche.

Mireille Régnier Grandes déviations et comptage de mots
(Projet Algo, INRIA)

La signification statistique de la surrepresentation de mots exceptionnels est un sujet important en bioinformatique. Nous utilisons la théorie des grandes déviations sur deux problèmes. En premier, nous considerons un motif H surrepresenté. Les grandes déviations permettent un calcul très efficace de la queue de la distribution, la p-valeur des biologistes. En second, nous considérons les changements dans la distribution des mots induite par la surrepresentation d'un mot donné. La suppression de ce bruit permet alors la detection de signaux plus faibles. Les conséquences algorithmiques associés et la complexité sont comparés aux résultats existants.

Raphaël Rossignol Largeurs de seuil pour la loi du zéro-un en logique du premier ordre
(PRISME, Paris 5)

La loi du zéro-un de Glebskii-Fagin pour la logique du premier ordre affirme la convergence vers 0 ou 1 de la probabilité de toute propriété du premier ordre dans un langage relationnel. L'espace probabilisé mis en jeu est un grand produit de $\{0,1\}$, muni de la loi de Bernoulli de paramètre p fixé. Se pose alors la question de la "largeur du seuil", à savoir, pour une taille de domaine fixée, l'amplitude des valeurs du paramètre pour lesquelles la probabilité cherchée n'est proche ni de 0, ni de 1. Inspirés par les résultats de Friedgut et Kalaïrelatifs aux propriétés symétriques et croissantes, nous proposons des majorations de la largeur du seuil, valables pour une large classe de propositions.

Nasser Saheb Processus de Mort et Algorithme d'Élection dans un Arbre
Travail commun avec Yves Métivier et Akka Zemmari (LaBRI, Bordeaux).

Une élection dans un arbre peut être modélisée par une suite d'effeuillage qui réduit l'arbre à un sommet unique, appelé sommet élu. Suivant des algorithmes existants et en accord avec le principe de distributivité, dans le modèle proposé, tout sommet qui devient feuille a une durée de vie suivant une loi exponentielle. Le sommet qui survit à tous les autres sera le sommet élu. De façon tout à fait équivalente, dans ce modèle (temps continu), la probabilité de mort pour toute feuille f, dans un intervalle de temps $[t, t+h[$ est $h\lambda(f) + o(h)$, où $\lambda(f)$, paramètre du processus de mort pour f, est déterminé par un calcul local à l'instant où f devient une feuille dans l'arbre. Nous proposons en particulier une structure de contrôle, via un calcul local de $\lambda(f)$, qui accorde la même chance d'être élus à tous les sommets de l'arbre.

Nous développons, par ailleurs, un certain nombre de questions liées au modèle pour lesquelles nous ne connaissons que des solutions partielles. À titre d'exemple, on pourra chercher une caractérisation simple des distributions de probabilités qui peuvent être engendrées par des modèles analogues. Peut-on favoriser l'élection de certains sommets en introduisant $\lambda(f)$ calculable au fur et à mesure que les sommets deviennent feuilles ?

Brigitte Vallée Motifs caches dans les textes
(GREYC, Caen)
Travail commun avec Philippe Flajolet, Yves Guivarc'h, Wojciech Szpankowski.

Le probleme de la recherche d'un motif donne dans un texte est un probleme tres classique et tres bien connu d'un point de vue algorithmique et probabiliste. Ici, le probleme traite est plus general, car nous nous interessons aux occurrences de ce motif lorsque les symboles contigus du motif n'apparaissent plus necessairement de maniere contigue dans le texte. Par exemple, baba n'apparait pas comme motif dans le texte abracadabra, mais il apparait 3 fois comme sous sequence de ce texte : on peut considere que baba est 3 fois "cache" dans le texte. Ce probleme qui se pose naturellement dans des contextes lies a la biologie ou a la securite informatique n'a jamais ete reellement aborde d'un point de vue probabiliste : on se donne un motif, un ensemble de contraintes sur les ecarts acceptes entre les occurrences des symboles du motif, et on se pose la question : que peut-on dire du nombre de fois ou le motif apparait comme sous-sequence admise dans un texte aleatoire. La réponse à cette question est essentielle si on veut pouvoir separer les occurrences anormalement frequentes (en plus ou en moins) des occurrences normalement frequentes. Nous repondons ici de maniere tres precise

Akka Zemmari Sur l'efficacité des élections locales probabilistes

Travail commun avec Yves Métivier et Nasser Saheb (LaBRI, Bordeaux)

On considère un réseau de processeurs anonymes de topologie arbitraire ; les processeurs communiquant par échange de message en mode asynchrone. Le réseau est représenté par un graphe dont les sommets représentent les processeurs et les arêtes les liens de communication. Dans cet exposé, nous fournissons des algorithmes probabilistes pour réaliser des élections locales et par conséquent, implémenter des algorithmes distribués classiques tels que l'algorithme d'énumération de Mazurkievicz, l'algorithme de détection de la terminaison dû à Szymanski et al,... En effet, d'après un résultat d'Angluin, et sous les hypothèses citées ci-dessus, ces algorithmes ne peuvent être implémentés de manière déterministe, on est donc amenés à introduire des solutions probabilistes. Les algorithmes présentés sont basés sur le tirage de nombres aléatoires, un sommet est localement élu dans une boule de rayon 1 si et seulement si il tire le plus grand nombre parmi tous ses voisins, il est localement élu dans une boule de rayon 2 si et seulement si il tire le plus grand nombre parmi tous les sommets à une distance 2. Nous nous intéressons alors à la probabilité pour chaque sommet d'être élu ainsi qu'au degré de parallélisme de l'algorithme, c'est-à-dire au nombre moyen d'élections qui ont lieu dans tout le graphe. Nous nous intéressons aussi à l'efficacité de ces algorithmes en les comparant avec des algorithmes "idéalistes" (donc non nécessairement distribués) qui permettrait de réaliser les mêmes élections. Enfin nous terminerons par quelques perspectives, notamment sur l'élection locale sur une distance $k > 2$.