Journées ALÉA 2003 : exposés.

1. **Anne-Elisabeth Baert.**
   Croissance des composantes complexes d'un graphe aléatoire.

   Nous considérons ici des graphes simples étiquetés, c.-à-d., des graphes avec des sommets étiquetés, sans boucles ni arêtes multiples. Un graphe aléatoire est une paire $(\mathcal{G}, P)$ où $\mathcal{G}$ est une famille de graphes et P une distribution de probabilité sur $\mathcal{G}$. Dans cet exposé, nous considérons le modèle de graphes alétoires à temps continu $G(n,t)$ qui consiste à attribuer une variable aléatoire, T_e, à chaque arête e du graphe complet K_n. Les $\binom{n}{2}$ variables T_e sont indépendantes avec une distribution continue commune et l'ensemble des sommets de $G(n,t)$ est construit avec toutes les arêtes e tels que $T_e \leq t$. Un $(k, k+l)$-graphe est un graphe ayant k sommets et $k+l$ arêtes; son excès est l. Un $(k, k+l)$-graphe connexe est appelé un *l-composant* d'ordre k. Ces notations sont dues, respectivement à Janson dans [3] et à Janson, Knuth, Pittel et Luckzac dans [4].

   Suivant les résultats de Janson dans [3], nous définissons par $\alpha(l;k)$, le nombre de fois qu'une nouvelle arête est ajoutée à un l-composant d'ordre k (qui devient alors un $(l+1)$-composant). Cette transition est notée $l \longrightarrow l+1$. Nous montrons que le nombre moyen de transitions $l \longrightarrow l+1$, $\alpha_l = \sum_{k=1}^{n} \alpha(l;k)$, tend vers 1, lorsque $l \to \infty$ avec n mais $l = o(n^{1/4})$.

   Pour obtenir les résultats présentés ici, les méthodes du modèle probabiliste $G(n,t)$ sont combinées avec des méthodes asymptotiques d'énumération développées par Wright dans [5] et par Bender, Canfield et Mac Kay dans [1, 2].

References

[1] Bender, E. A., Canfield E.R. and Mc Kay, B.D. (1990) The asymptotic number of labelled connected graphs with a given number of edges and vertices. Random Structures and Algorithms, 1: 127–169.

[2] Bender, E. A., Canfield E.R. and McKay, B.D. (1992). Asympotic properties of labelled connected graphs. *Random Structures and Algorithms*, 3: 183–202.

[3] Janson, S., (2000) Growth of components in random graphs *Random Structures and Algorithms*, 17: 343–356.

[4] Janson, S., Knuth, D.E., Luczak, T. and Pittel B. (1993). The birth of the giant component. *Random Structures and Algorithms*, 4: 233–358.

[5] Wright, E.M., (1980). The number of connected sparsely edges graphs III. Asymptotic results. *Journal of graphs theory*, 4: 393–407

2. **Michel Bauer.**
Les marches paires, un exemple de système désordonné non hermitien.

L'énumération de marches sur un graphe astreintes à des contraintes non locales a de multiples applications en physique. Après en avoir brièvement mentionné quelques-unes, je présenterai en détail un des cas les plus simples : le graphe est linéaire, et les marches doivent visiter chaque site un nombre pair de fois.

Après avoir donné des relations de récurrence qui permettent de calculer exactement le nombre de marches paires pour des nombres de pas assez grands, je montrerai comment, en s'appuyant sur un hypothèse d'universalité et en résolvant un modèle plus simple, on peut calculer analytiquement de nombreuses propriétés des marches paires.

3. **Mireille Bousquet-Mélou.**
Couplages parfaits et suites de Gale-Robinson.
Travail en commun avec Jim Propp (Brandeis) et Julian West (Vancouver).

Considérons la suite $a(n)$ définie par les conditions initiales $a(0) = a(1) = a(2) = a(3) = 1$ et par la récurrence suivante, valable pour $n > 3$:

$$a(n)a(n-4) = a(n-1)a(n-3) + a(n-2)a(n-2).$$

Bref, un produit de 2 termes est la somme de deux produits du même type. On remarque qu'il faut DIVISER par $a(n-4)$ pour caluler $a(n)$, et on se dit qu'on va trouver des nombres rationnels.

Eh bien non : la suite $a(n)$ est entière. Qui plus est, ce résultat est vrai pour toutes les suites de Gale-Robinson :

$$a(n)a(n-m) = a(n-i)a(n-j) + a(n-k)a(n-l)$$

avec $i + j = k + l = m$. Ce résultat a été prouvé algébriquement, mais un combinatoriste ne connaîtra pas le repos avant d'avoir répondu à la question suivante :

Que comptent ces nombres ?

Réponse : des couplages parfaits de certains graphes bipartis qui ressemblent à des pommes de pin.

4. **Frédéric Cazals.**
Randomized Jumplists: A Jump-and-Walk Dictionary Data Structure.
Travail en commun avec H. Bronniman et M. Durand.

This paper presents a data-structure providing the usual dictionary operations, i.e. CONTAINS, INSERT, DELETE. This data structure named *Jumplist* is a linked list whose nodes are endowed with an additional pointer, the so-called jump pointer. Algorithms on jumplists are based on the *jump-and-walk* strategy: whenever possible use to the jump pointer to speed up the search, and walk along the list otherwise.

The main features of jumplists are the following. They perform within a constant factor of binary search trees. Randomization makes their dynamic maintenance very easy. Jumplists are a compact data structure. (To the best of our knowledge, jumplists are the only dictionary data structure providing rank-based operations and iterators at a cost of 12 bytes per node.) Jumplists are trivially built in linear time from sorted linked lists.

In addition to the presentation of jumplists and the probabilistic analysis of their expected performance, the paper presents a detailed experimental study of jumplists against Red-Black trees, randomized BST, treaps and splay trees.

5. **Brigitte Chauvin, Nicolas Pouyanne.**
Une asymptotique forte pour les arbres m-aires de recherche.

Il est connu que le nombre de nœuds de chaque type d'un arbre m-aire de recherche suit une loi normale multivariée lorsque $m \leq 26$ (Lew, Mahmoud, Chern, Hwang). Lorsque $m \geq 27$, on établit une asymptotique forte du vecteur aléatoire $X_n = (X_n^{(1)}, \ldots, X_n^{(m-1)})$, où $X_n^{(i)}$ désigne le nombre de nœuds contenant $i-1$ clefs après insertion de n clefs dans l'arbre : il existe des vecteurs déterministes X, C et S et des variables aléatoires réelles ρ et φ telles que

$$\frac{X_n - nX}{n^\sigma} - \rho(C\cos(\tau \log n + \varphi) + S\sin(\tau \log n + \varphi)) \to 0$$

presque sûrement et dans L^2 ; σ et τ désignent les parties réelles et imaginaires de la valeur propre de la matrice de transition qui a la seconde plus grande partie réelle.

6. **Julien Clément.**
   Factorisation standard des mots de Lyndon: analyse en moyenne.

   Un mot non vide w sur $\{a, b\}^*$ est un mot de Lyndon si et seulement si il est strictement plus petit pour l'ordre lexicographique que ses suffixes propres. Un mot de Lyndon non rduit à un symbole admet une factorisation standard uv où v est le plus petit suffixe propre. Pour tout mot de Lyndon v, nous montrons que l'ensemble des mots de Lyndon ayant comme facteur droit v dans la factorisation standard est rationel et nous donnons explicitement la série génératrice de ce langage. Ensuite nous établissons que, pour la distribution uniforme sur les mots de Lyndon de longueur n, la longueur moyenne du facteur droit de la factorisation standard est asymptotiquement $3n/4$.

7. **David Coupier.**
   Techniques de graphes aléatoires appliquées à l'imagerie.

   L'exposé est consacré à l'étude de certaines propriétés d'une image aléatoire. Donnons-nous une image discrète, carrée, formée de N*N pixels. Chaque pixel est noir avec probabilité p et blanc avec probabilité 1-p, et ce, indépendamment les uns des autres. Lorque p varie de 0 à 1, le nombre de pixels noirs augmente en moyenne et c'est l'apparition de certaines propriétés que l'on observera. Nous nous appuierons essentiellement sur des techniques de graphes aléatoires que nous appliquerons à notre modèle. Il sera alors commode de considérer des valeurs de p fonction de la taille N de l'image et nous étudierons alors les propriétés asymptotiques de cette image quand N tend vers l'infini.

8. **Benoit Daireaux.**
   Analyse dynamique de l'algorithme Lehmer-Euclide.

   L'algorithme Lehmer-Euclide est une variante de l'algorithme d'Euclide adaptée au traitement des très grands entiers. Son principe est de remplacer les divisions euclidiennes faites sur des entiers multi-précision par des divisions sur des entiers simple-précision. Nous effectuons ici une analyse précise d'un algorithme legèrement différent puisqu'il remplace des opérations sur des entiers de n bits par des opérations sur des entiers de μn bits.

Cet algorithme dépend donc du paramètre de troncation $\mu \in [0, 1]$. Pour mener à bien cette analyse, on est amené à étudier l'algorithme d'Euclide interrompu, qui dépend d'un paramètre α : sur entrée (a, b), on stoppe l'exécution de l'algorithme d'Euclide dès que l'entier courant est plus petit que a^α. On obtient une analyse fine de cet algorithme en termes de nombre d'itérations et de complexité en bits en fonction du paramètre α. Cette analyse permet de revenir à l'étude de l'algorithme Lehmer-Euclide, celui-ci pouvant être vu comme une succession d'algorithmes interrompus de paramètre 1/2 sur des entiers de μn bits.

9. **Hervé Daudé.**
   Eléments minimaux et transition de phase.
   Travail en commun avec Nadia Creignou.

   Nous exposerons une partie d'un travail commun avec Nadia Creignou [1] sur le rôle que peuvent jouer les éléments minimaux d'une propriété monotone pour la localisation et la description de la fenêtre de transition du phénomène de seuil associé. Nous donnerons en particulier une borne inférieure pour le seuil de 3-SAT, ne reposant sur aucune analyse d'algorithme.

References

[1] Creignou N., Daudé H., Random generalized satisfiability problems: minimal elements and phase transition, à paraître dans Theoretical Computer Science A (2002).

10. **Agnès Desolneux.**
    Evènements géométriques significatifs dans les images.

    On cherche à détecter des structures géométriques (alignement, courbes régulières, bords contrastés, groupe d'"objets" de même couleur, de même taille, ou de même orientation,..) dans les images digitales. Pour cela on part de l'idée que ces événements dits significatifs sont des "grandes déviations du bruit", c'est à dire que ce sont des événements qui ont une très faible probabilité d'apparaître dans une image de bruit. Cette définition nous permet de calculer des seuils au-dessus desquels un événement observé dans une image devient significatif et donc "détectable" (par exemple si dans une image on a 100 objets et parmi ceux-là 3 sont alignés, l'événement n'est pas significatif. Par contre, s'il n'y a que 10 objets et 5 sont alignés alors l'événement devient très significatif). Nous montrons comment ce principe peut être appliqué pour la détection de plusieurs structures géométriques dans les images.

11. **Olivier Dubois.**
Le seuil 3-XORSAT. Preuve de l'existence et calcul de sa valeur.

Le problème XORSAT est une variante du problème de satisfaisabilité. La disjonction "ou" est remplacée par une disjonction exclusive. Comme pour beaucoup de problèmes de satisfaction de contraintes, la satisfaisabilité d'une formule XORSAT aléatoire, ayant un nombre fixe de littéraux par clause, présente un phénomène de seuil. Nous démontrons l'existence de ce seuil et nous calculons sa valeur. C'est le premier seuil irrationnel de cette classe de problèmes qui est effectivement calculé. Par ailleurs, c'est aussi le premier seuil qui a été obtenu par la methode des répliques avec un pas de brisure. Notre résultat démontre ainsi la validité de la méthode appliquée à ce problème.

12. **Philippe Duchon.**
Diffusion par rendez-vous probabiliste.
Travail en commun avec N. Hanusse, N. Saheb et A. Zemmari.

Nous étudions un algorithme distribué de diffusion dans un graphe connexe quelconque, basé sur le modèle de rendez-vous probabiliste introduit par Métivier, Saheb et Zemmari: dans une suite de rondes, chaque sommet choisit un de ses voisins aléatoirement, et un rendez-vous a lieu entre deux sommets voisins s'ils se choisissent mutuellement.

Dans notre modèle, le message à diffuser est initialement connu d'un seul sommet, et est transmis d'un sommet à l'autre lors de chaque rendez-vous. Nous étudions le temps moyen de diffusion en général, et montrons entre autres des bornes asymptotiquement atteintes en $O(n^2)$ (pour un graphe en double étoile) et $\Omega(logn)$ (pour des arbres équilibrés de degré borné).

13. **Marianne Durand.**
Un algorithme de comptage probabiliste.
Les algorithmes de comptage probabilistes estiment le nombre d'éléments différents dans un ensemble de taille très grande, en une seule passe, et en utilisant un espace mémoire très réduit. On présente ici une amélioration de l'algorithme de comptage probabiliste de Flajolet-Martin. Cet algorithme est basé sur la taille des séquences initiales de 0 dans la représentation

binaire des éléments. L'erreur obtenue est d'environ 3% avec une mémoire auxiliaire de seulement 10 kbits. L'analyse de cet algorithme fait intervenir des maximums de variables aléatoires géométriques et la transformation de Mellin.

14. **Christian Lavault.**
Quasi-Optimal Leader Election Algorithms in Radio Networks with Log-logarithmic Awake Time Slots.
Travail en commun avec Jean-François Marckert et Vlady Ravelomanana.

A radio network (RN) is a distributed system consisting of n radio stations. We design and analyze two distributed leader election protocols in RN where the number n of radio stations is unknown. The first algorithm runs under the assumption of *limited collision detection*, while the second assumes that *no collision detection* is available. By "limited collision detection", we mean that if exactly one station sends (broadcasts) a message, then all stations (including the transmitter) that are listening at this moment receive the sent message. By contrast, the second no-collision-detection algorithm assumes that a station cannot simultaneously send and listen signals. Moreover, both protocols allow the stations to keep asleep as long as possible, thus minimizing their awake time slots (such algorithms are called *energy-efficient*). Both randomized protocols in RN are shown to elect a leader in $O(\log{(n)})$ expected time, with no station being awake for more than $O(\log\log{(n)})$ time slots. Therefore, a new class of efficient algorithms is set up that match the $\Omega(\log{(n)})$ time lower-bound established by Kushilevitz and Mansour.

15. **Jean-Marie Le Bars.**
Contre-exemples de lois 0-1 en logiques du second ordre.

On part d'un ensemble de structures finies de taille n (nombre d'éléments du domaine). Soit P une propriété sur ces structures. On effectue un tirage uniforme d'une structure et on calcule la probabilité qu'elle vérifie P. Quand cette probabilité admet une limite, celle-ci est appelée probabilité asymptotique de P. Une logique L admet une loi 0-1 quand toute propriété P exprimable dans L a une probabilité asymptotique égale a 0 ou 1.

Glebskii, Kogan, Liogonki et Talanov en 1969 et indépendamment Fagin en 1976 ont montré que la logique du premier ordre admet une loi 0-1.

En revanche, il est facile de vérifier que la logique du second ordre n'admet pas de loi 0-1 car elle permet d'exprimer des propriétés telles que PARITE, le nombre d'éléments du domaine est pair, qui fournissent des contre-exemples de loi 0-1. Il est cependant possible de déterminer des lois 0-1 pour des fragments de cette logique qui demeurent assez expressifs (capturant des propriétés NP-complètes). Kolaitis et Vardi ont entamé en 1987 une classification des fragments de la logique du second ordre selon les lois 0-1.

Dans cet exposé nous verrons les différentes propriétés qui ont été proposées comme contre-exemples de loi 0-1. Nous nous intéresserons en particulier à la propriété de noyau qui a, d'une part, permis d'achever cette classification et, d'autre part, donné une caractérisation unique des fragments du second ordre sans loi 0-1.

16. **Loïc Lhote.**
Approximation des grandeurs caractéristiques d'une source dynamique.

Les sources dynamiques probabilistes furent introduites en 1998 par Brigitte Vallée. Elles sont basées sur la théorie des systèmes dynamiques de l'intervalle et ont pour principe d'associer à chaque élément x de l'intervalle (tiré au hasard) un mot M(x). Certaines grandeurs caractéristiques de ces sources, à savoir l'entropie et les probabilités de b-coincidence (pour b entier), sont omniprésentes dans les domaines de l'algorithmique du texte (recherche de motifs, compression, dictionnaires,...), de la théorie de l'information (étude des sources), de l'analyse d'algorithmes,... Cependant, elles sont en général difficiles à calculer. Afin d'étudier les sources dynamiques, il existe un opérateur appelé opérateur de transfert qui, si la source est bien faite, admet une unique valeur propre dominante isolée. Cette unique valeur propre dominante isolée est liée par certaines formules aux grandeurs caractéristiques. C'est à partir de ces relations que je présenterai une méthode permettant d'approcher à la fois l'entropie et les probabilités de b-coïncidences.

17. **Guy Louchard.**
Optimal Stopping on Patterns in Strings Generated by Independent Random Variables.
Travail en commun avec F. Thomas Bruss.

Strings are generated by sequences of independent draws from a given alphabet. For a given pattern of length l, $H = H_1 H_2 \dots H_l$ say, and an integer $n \geq l$, our goal is to maximize the probability of stopping on the last appearance of the pattern H in such a string of length n (if any), given that we must not return on a preceding pattern H. This contrasts the goals of several other investigations on patterns in strings such as computing the expected occurence time and the probability of finding exactly r patterns in a string of fixed length. Several motivations are given for our problem ranging from relatively simple best choice problems to more difficult stopping problems allowing for a variety of interesting applications. We solve this problem completely in the homogeneous case for uncorrelated patterns. However, several of these results extend immediately to the inhomogeneous case. In the homogeneous case, optimal success probabilities are shown to vary, dependent on characteristics of the pattern, essentially between the value $1/e$ and a new asymptotic constant $0.619\ldots$ These results mark a considerable difference of the true optimal success probability compared with what a first approximation by heuristic arguments would yield. It is interesting to see that the so-called odds-algorithm which gives the optimal rule for $l = 1$ yields an excellent approximation of the optimal rule for any l. This is important for applications because the odds-algorithm is very convenient. We finally give a detailed asymptotic analysis for the homogeneous case.

18. **Philippe Marchal.**
Convergence presque sûre des marches aléatoires vers le mouvement brownien.

Il est bien connu qu'une marche aléatoire simple convenablement renormalisée converge vers le mouvement brownien mais il ne s'agit que d'une convergence en loi. Utilisant le lien entre arbres binaires et chemins de Dyck, nous donnons une construction où la limite est presque sûre. Autrement dit nous construisons une suite de trajectoires $S_n,\ n \geq 0$ de longueur $2n$ telle que pour chaque n, S_n a la loi d'une marche aléatoire simple de longueur $2n$ et telle que la suite des trajectoires renormalisées converge vers une trajectoire brownienne. Nous donnons aussi des constructions pour l'excursion, le pont et le méandre.

19. **Régine Marchand.**
Fonctionnelles du coalescent additif et coût des algorithmes UNION-FIND.

Les algorithmes UNION-FIND servent, lors de la construction d'un graphe par ajouts successifs de ses arêtes, à maintenir à jour l'ensemble des classes d'équivalence de ce graphe. Le modèle de Yao, basé sur le "random spanning tree" et étudié en particulier par Knuth et Schönage, a permis d'obtenir des comportements asymptotiques moyens pour ces algorithmes.

L'analyse de ces algorithmes en termes de coalescence additive et de parking permet d'étudier plus précisément les comportements asymptotiques des différents coûts qui leur sont associés et d'expliquer les différences de comportement observées. On verra en particulier deux classes d'algorithmes:

- le coût de certains algorithmes, comme le déplacement total par exemple, se comporte asymptotiquement en $n^{3/2}$, et fait apparaître à la limite, par renormalisation, des objets browniens comme l'aire sous l'excursion brownienne.
- pour d'autres algorithmes, le comportement est en $n \log n$, et dans ce cas l'objet limite naturel est le modèle de coalescence additive de Smoluchowsi.

Cette étude permet de préciser le comportement asymptotique du coût des algorithmes UNION-FIND et d'obtenir des résultats de convergence en loi.

20. **Michel Nguyen-The.**
Fonctionnelle carré de chemins de Dyck.

Grâce aux résultats de Shepp et Louchard sur le pont brownien et les excursions browniennes, je montre que la fonctionnelle carré des excursions normalisées a une transformée de Laplace d'expression

$$\phi_E(x) = \frac{(\sqrt{2x})^{3/2}}{\sinh(\sqrt{2x})^{3/2}}.$$

Je retrouve ainsi une formule déjà connue des probabilistes pour le mouvement brownien de dimension quelconque par le biais de la transformation de Girsanov.
En utilisant des séries génératrices et du pompage de moments à la Takács, j'obtiens des récurrences sur les moments de la distribution jointe de l'aire de la fonctionnelle carrée des excursions, ainsi que pour les ponts browniens. (Cette récurrence serait sans doute plus difficile à obtenir via la formule de Feynman-Kac et la double transformée de Laplace de la distribution jointe).
Je retrouve la formule de Louchard permettant de passer des ponts aux excursions dans le cas particulier des fonctionnelles puissances.

21. **Pierre Nicodème.**
Filtration par q-grams et modèles d'urnes.

La filtration par q-grams consiste, lors de l'alignement de séquences avec une séquence requête (par exemple en biologie), à éliminer les séquences qui n'ont pas un nombre suffisant de q-grams (mots de taille q) communs avec la requête, sans effectuer la comparaison fine coûteuse en temps. Si on considère une séquence de longueur $n+q-1$, elle contient n q-grams et les q-grams distants de moins de q positions sont dépendants. On peut considérer un modèle approché où on tire à chaque position un q-gram indépendant des autres et le modèle associé d'urnes et de boules de deux couleurs (n boules de chaque couleur et s^q urnes, avec s taille de l'alphabet). Je donnerai des résultats asymptotiques dans le cas non-uniforme où les probabilités associées aux urnes sont les probabilités des mots de taille q, des résultats de simulation, et, peut-être, des résultats sur le modèle exact.

22. **Dominique Poulalhon.**
Génération aléatoire uniforme de triangulations.

Nous nous intéressons aux triangulations planes sans arête multiple, autrement dit aux graphes planaires maximaux. Nous présentons une méthode d'énumération constructive reposant sur une bijection avec une famille d'arbres, qui fournit un algorithme linéaire de génération aléatoire uniforme de triangulations de taille donnée.

23. **Vincent Puyhaubert.**
Combinatoire analytique appliquée à la satisfiabilité des formules 3-SAT.

Si l'on considère la probabilité qu'une formule booléene 3-SAT soit satisfiable, comme une fonction du rapport clauses sur variables, il est fortement supposé que celle-ci présente un phénomène de seuil. Pour une certaine valeur, on passe abruptement de la valeur 1 à 0. Bien que ceci ait été mis à jour pour les formules 2-SAT ou pour le problème voisin 3-XORSAT, il n'a toujours pas été prouvé pour le problème 3-SAT.

Les travaux récents ne donnent à ce jour que des bornes supérieures ou inférieures à l'éventuelle valeur de seuil. Ici on donne un aperçu général des méthodes donnant des bornes supérieures. On s'intéressera particulièrement à des méthodes combinatoires usant de séries génératrices puisqu'elles permettent de retrouver plusieurs bornes classiques par une méthode simple et uniforme.

24. **Vlady Ravelomanana.**
Tailles et moments supérieurs des créations de composantes connexes.
Travail en commun avec Anne-Elisabeth Baert.

Nous montrons que *presque toutes* les $(l+1)$-composantes dont *la dernière arête*, à être ajoutée lors de l'évolution du graphe aléatoire, forme un pont (ou un isthme) entre une p-composante et une $(l-p)$-composante, sont construites en joignant une composante unicyclique à une l-composante. Nous montrons que le nombre moyen de sommets ayant jamais appartenu à une composante $(l+1)$-cyclique est asymptotiquement $(12l)^{1/3}n^{2/3}$. Les calculs des moments supérieurs nous conduisent alors à trouver que ces variables sont très centrées autour de leur moyennes.

25. **Romain Rivière.**
Génération aléatoire uniforme de séquences génomiques sous contraintes.
Travail en commun avec D. Barth, J. Cohen et A. Denise.

La comparaison entre séquences génomiques réelles et séquences aléatoires peut fournir bon nombre d'informations si les séquences engendrées ont des propriétés proches de celle des séquences étudiées. On s'intéresse au problème de la génération aléatoire uniforme de mots de taille n dans lesquels les nombres d'occurences de tous les sous-mots de taille k sont fixés à priori et qui de plus, contiennent des mots de taille quelconque. Kandel et al. ont mis en bijection les mots dont les nombres d'occurences des sous-mots de taille k sont fixés et les chemins eulériens de certains graphes. On présente une extension de ce résultat qui permet de mettre en correspondance les mots de notre problème et les chemins eulériens d'une nouvelle classe de graphes. Cette correspondance n'étant pas bijective, elle induit des problèmes de dénombrements dont on montre qu'ils sont difficiles, dans le sens ou le problème de décision associé est NP-complet. On présente, enfin, les algorithmes de générations aléatoires dans le cadre des modèles recouvrants et non recouvrants.

26. **Gilles Schaeffer.**
Sur l'asymptotique du nombre de courbes planes.
Travail en commun avec Paul Zinn-Justin.

Je présenterai un travail commun avec Paul Zinn-Justin sur l'asymptotique du nombre de types de courbes planes fermées à p croisements.

Les physiciens spécialistes de théorie des champs conformes disposent d'outils très puissants pour faire des conjectures sur le comportement asymptotique de certains types de modèles combinatoires. Nous appliquons ces méthodes aux courbes planes. Ceci conduit à deux conjectures concurrentes pour le comportement asymptotique du nombre de courbes planes lorsque le nombre de croisements tend vers l'infini.

Il est très difficile de compter ces objets: les récurrences dont on dispose ne sont pas de type fini et la suite n'est connue que jusqu'à l'ordre 22 (ce qui est déjà un bel exploit, dû à J.L. Jacobsen et P. Zinn-Justin). Nous proposons alors un moyen indirect de tester nos conjectures en utilisant de la génération aléatoire. Les résultats sont en très bon accord avec l'une des deux conjectures.

27. **Wolfgang Steiner.**
La distribution des arbres de recherche m-aires construits à partir des suites de van der Corput.

Devroye et ses coauteurs Goudjil, Neininger [1, 2, 3] ont étudié la hauteur des arbres de recherche binaires construits à partir des suites diverses (Weyl, Lehmer, suffixes arbitraires). Dekking et van der Wal [4] ont consideré les suites uniformément réparties, en particulier la suite de van der Corput en base 2.

Cet exposé parlera des arbres de recherche m-aires générés par les suites de van der Corput en base q. Les hauteurs des nœuds sont asymptotiquement distribuées suivant une loi normale dont la moyenne et la variance sont données explicitement. Ce résultat est montré à l'aide des fonctions génératrices. Si $q-1$ est un multiple de $m-1$ (en particulier si $m=2$), la hauteur d'un nœud est donnée par une fonction q-additive.

References

[1] L. Devroye, Binary search trees based on Weyl and Lehmer sequences, dans: *Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods 1996 (H. Niederreiter, P. Hellekalek, G. Larcher and P. Zinterhof eds.)*, Springer, New York, 1998, 40–65.

[2] L. Devroye et A. Goudjil, A study of random Weyl trees, *Random Structures and Algorithms* **9** (1998), 271–295.

[3] L. Devroye et R. Neininger, A note on random suffix search trees, dans: *Mathematics and Computer Science II Algorithms, Trees, Combinatorics and Probability (B. Chauvin, P. Flajolet, D. Gardy and A. Mokkadem eds.)*, Birkhäuser, Basel, 2002, 267–278.

[4] F. M. Dekking et P. van der Wal, Uniform distribution modulo one and binary search trees, *J. Théor. Nombres Bordx.* **14** (2002).

28. **Brigitte Vallée.**
Analyse dynamique en distribution
Travail en commun avec Viviane Baladi.

Lorsqu'un algorithme se modélise par un système dynamique, l'analyse de cet algorithme fait intervenir l'opérateur de transfert, qu'on désigne ici par H_s. L'analyse en moyenne des principaux paramètres de l'algorithme utilise des théorèmes taubériens, et elle fait intervenir le comportement du quasi-inverse $(I - H_s)^{-1}$ sur la droite $\Re(s) = 1$, et tout particulièrement le comportement de ce quasi-inverse au voisinage de sa singularité principale $s = 1$.

Lorsqu'on veut effectuer une analyse plus fine (en distribution), les théorèmes taubériens ne sont plus utilisables, car ils ne donnent pas de terme de reste. Il faut alors remplacer ces théorèmes taubériens par des formules de Perron. Dans ce cas, on doit passer à gauche de la droite $\Re(s) = 1$, ce qui exige une bonne connaissance de l'opérateur de transfert H_s sur les droites verticales $\Re(s) = s_0 < 1$.

Des résultats récents de Dolgopyat fournissent de telles estimations, et peuvent ainsi permettre de mener à bien l'analyse en distribution.

Je décrirai un cadre assez large de systèmes dynamiques où l'on peut appliquer les résultats de Dolgopyat, et j'expliquerai comment cette méthode peut fournir une preuve alternative du théorème suivant:

"Le nombre d'itérations de l'algorithme d'Euclide suit asymptotiquement une loi gaussienne."

Ce resultat a déjà été obtenu précédemment par Hensley en 1994, avec une preuve très technique d'une cinquantaine de pages, peu lisible. La nouvelle preuve que nous proposons est beaucoup plus naturelle. C'est en fait un schéma de preuve qui peut s'étendre à toute une classe d'algorithmes euclidiens....