

RESUME EXPOSE ALEA 2001

Matrices creuses alatoires sur F_q

Herv Daud Universit de Provence LATP

La matrice d'incidence d'un graphe simple n sommets et L artes est une matrice binaire qui possde deux 1 par colonne. Nous nous intrresserons dans cet expos aux matrices (dites creuses), $n \times L$, coefficients dans F_q et ayant un nombre prescrit r de coefficients non nuls par colonne. L'cole russe tudie depuis longtemps le comportement asymptotique des matrices creuses alatoires (voir l'ouvrage rcent de Kolchin: Random graphs, Cambridge University Press, 1999). Balakin, Khokhlov et Kolchin ont montr que si q est premier alors le nombre moyen $X_{n,L}$ de vecteurs du noyau d'une telle matrice suit un phnomne de seuil.

En partant du cas $r = 2$ et de l'interprttation de ce type de rsultat en termes de cycles dans les graphes alatoires, nous proposons d'tendre les rsultats de Balakin et al tous les corps finis. Nous montrerons que pour tout q de la forme p^s avec p premier et tout entier $r \geq 3$ fixes, il existe une valeur critique $\alpha_{r,q} > 0$ telle que si L et $n \rightarrow \infty$ avec $L/n \rightarrow \alpha$ alors $E(X_n) \rightarrow 1$ si $\alpha < \alpha_{r,q}$ et $E(X_n) \rightarrow \infty$ si $\alpha > \alpha_{r,q}$.

Nous montrerons que ces valeurs critiques sont donnees par:

$$\alpha_{r,q} = \min_{x \in [0, 1 - \frac{1}{q}[} \frac{\ln(q) - x \ln(q-1) + x \ln x + (1-x) \ln(1-x)}{\ln(1 + (q-1)(1 - \frac{q}{q-1}x)^r)}.$$